

# Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência<sup>1</sup>

Hélia Oliveira

Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

Luís Menezes

Escola Superior de Educação de Viseu e CI&DETS

Ana Paula Canavarro

Universidade de Évora

Unidade de Investigação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

## Introdução

A renovação curricular que tem vindo a ocorrer em diversos países tem levado muitos professores a procurar integrar na sua prática objetivos de aprendizagem mais exigentes, numa lógica exploratória ou investigativa, em que os alunos são levados a realizar tarefas desafiantes, comunicar, questionar, refletir e colaborar (Chapman & Heater, 2010). A investigação nacional e internacional tem mostrado que tal prática coloca importantes desafios ao professor (Cengiz, Kline, & Grant, 2011; Franke, Kazemi & Battey, 2007; Oliveira, 1998) e que tem havido uma evolução na forma como esta prática tem sido entendida pelos professores e pela própria investigação (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008). Partindo a investigação de uma fase em que a atenção se centrava essencialmente nas características das tarefas propostas e do papel do professor ao encorajar a interação dos alunos no seu trabalho autónomo e escutar e compreender o raciocínio dos alunos (Stein *et al.*, 2008), o surgimento de perspetivas dialógicas sobre a aprendizagem da matemática (Ruthven, Hofmann & Mercer, 2011) tem levado a dar ênfase ao importante papel do professor nos momentos de discussão coletiva e de síntese das ideias matemáticas (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012; Cengiz, Kline, & Grant, 2011; Stein *et al.*, 2008), não desconsiderando ainda assim a importância das restantes fases da aula e reconhecendo a complexidade que lhes está também associada.

Este estudo, que se integra no trabalho mais vasto do projeto P3M — Práticas profissionais dos professores de Matemática —, tem em vista o aprofundamento da compreensão da prática de ensino exploratório de Matemática. Com esse propósito, através da análise da prática de ensino de uma professora de Matemática numa aula do 3.º ciclo do

ensino básico, que aqui se detalha, e baseados também na literatura e na análise de práticas de professores de outros níveis de ensino que temos vindo a realizar, procuramos, neste artigo, avançar na construção de um quadro de referência que relacione as intenções e ações do professor no ensino exploratório da Matemática.

## Perspetivas teóricas

Esta secção está organizada em duas partes. Na primeira abordamos o conceito de prática letiva, tendo como referência a dos professores de matemática. Na segunda parte discutimos a ideia de ensino exploratório da Matemática, focando o papel do professor na sua relação com os alunos na construção do conhecimento matemático.

### A prática letiva

Ao procurar debater o conceito de *prática letiva* dos professores, há uma questão prévia que se nos coloca de imediato: O que se entende por *prática*? A resposta a esta questão não é fácil e, por vezes, existe a tentação de se assumir que se trata de um conceito suficientemente consensual para não necessitar de grande discussão. A palavra prática, que significa vulgarmente maneira habitual de proceder, ato, aplicação de regras e princípios, é acentuadamente polissémica. Tal deriva, essencialmente, de ser um conceito que tem sido olhado de diversos pontos de vista, recorrendo-se a abordagens teóricas diversificadas. Ponte, Quaresma e Branco (2012) destacam duas dessas abordagens, a cognitivista e a sociocultural. Para estes autores, a abordagem cognitivista assenta num “modelo para o estudo do processo de ensino do professor, em que o centro da atenção está nas decisões e ações que este assume na sua prática” (p. 3). A análise da prática, segundo uma abordagem sociocultural, está ligada à teoria da atividade (que tem as suas origens na escola russa, principalmente nos trabalhos de Leontiév) que defende que as ações humanas são dirigidas a objetos e impulsionadas por motivo. Ou seja, o objeto da atividade, no quadro de uma determinada ação, é a consecução de uma tarefa que decorre de um conjunto de razões (motivo). Podemos então dizer que a atividade humana é dirigida para a realização de tarefas que são intencionais e, portanto, intrinsecamente motivadas (Franco & Longarezi, 2011; Ponte & Chapman, 2006). As práticas dos professores podem pois ser concebidas como as atividades que estes realizam regularmente, tendo em conta o seu contexto de trabalho e os seus significados e intenções (Ponte & Chapman, 2006). Assim, para descrever e compreender a prática do professor é fundamental identificar tanto as suas ações, como as suas intenções e motivações.

A prática profissional dos professores é multifacetada, decorrendo em diversos contextos e orientada para diferentes objetos. Ponte e Serrazina (2004) identificam, em função desses objetos, três grandes domínios: práticas letivas, práticas profissionais na instituição e práticas de formação. Neste estudo, interessam-nos as primeiras, ou seja, aquelas que decorrem na sala de aula e que estão mais proximamente orientadas para a aprendizagem da Matemática pelos alunos. Estes autores identificam, nestas práticas letivas,

cinco categorias fundamentais: (i) tarefas propostas aos alunos; (ii) materiais utilizados; (iii) comunicação na sala de aula; (iv) gestão curricular; e (v) avaliação. Neste artigo, damos atenção a estes aspetos nas práticas do professor no quadro do ensino exploratório da Matemática, uns de forma mais explícita (os quatro primeiros) e outros de forma mais implícita (as práticas de avaliação, que neste ensino assumem sobretudo um papel de regulação da aprendizagem).

## O ensino exploratório

O ensino exploratório constitui uma prática complexa para a maioria dos professores de Matemática, em particular a dinamização e gestão das discussões matemáticas coletivas (Franke, Kazemi & Battey, 2007; Nathan & Knuth, 2003; Stein *et al.*, 2008). Esta natureza interativa do ensino, envolvendo professor e alunos, é uma marca distintiva do ensino exploratório. Este ensino distingue-se do ensino direto pelos papéis desempenhados pelo professor e pelos alunos, pelas tarefas que são propostas e a forma como são geridas, e pela comunicação que é originada na aula (Ponte, 2005). No ensino direto, que está normalmente associado a uma aula de Matemática tradicional, o processo está muito centrado no professor, sendo a informação transmitida deste para os alunos. Ao contrário, no ensino exploratório, “a ênfase desloca-se da atividade ‘ensino’ para a atividade mais complexa ‘ensino-aprendizagem’” (Ponte, 2005, p. 13), decorrendo a aprendizagem dos alunos da possibilidade de trabalharem com tarefas matemáticas ricas e de poderem partilhar com os colegas e o professor as suas ideias. Neste tipo de ensino, a aprendizagem é um processo simultaneamente individual e coletivo, resultado da interação dos alunos com o conhecimento matemático, no contexto de uma certa atividade matemática, e também da interação com os outros (colegas e professor), sobrevivendo processos de negociação de significados (Bishop & Goffree, 1986; Canavaro, 2011; Ponte, 2005).

Como decorre uma aula de ensino exploratório? Habitualmente, esta aula está organizada em três ou quatro fases, consoante se desdobra ou não a última fase. Stein *et al.* (2008) propõem um modelo em três fases: “lançamento” da tarefa, “exploração” pelos alunos, e “discussão e sintetização”. Na primeira fase, no “lançamento”, o papel principal do professor centra-se na apresentação à turma de uma tarefa matemática, que é habitualmente um problema ou uma investigação. Nesta fase, o professor deve garantir que os alunos compreendem o objetivo da proposta que lhes é apresentada, que se sentem desafiados para o trabalho, e que têm um ambiente e recursos materiais necessários para o seu desenvolvimento com sucesso (Anghileri, 2006).

Na fase seguinte, “exploração”, o professor acompanha e apoia os alunos no seu trabalho autónomo tendo em vista a realização da tarefa. Neste trabalho, que pode ocorrer individualmente, embora o mais comum seja a sua realização em pequenos grupos, o professor procura assegurar que todos os alunos se envolvem ativamente. Nesta fase da aula, os comentários e as respostas do professor a perguntas e dúvidas dos alunos não devem constituir motivos para reduzir o nível de exigência cognitiva da tarefa (Stein & Smith, 1998) e não devem uniformizar as estratégias de resolução dos diversos grupos, a fim de não prejudicar ou mesmo inviabilizar a discussão matemática que se seguirá. Embora

para um observador externo, o professor possa parecer pouco ativo nesta fase da aula, o que é facto é que ele está a tomar um conjunto importante e decisivo de ações das quais vai depender o sucesso das fases seguintes. Nesta fase, o professor deve, por um lado, garantir que os alunos preparam a sua apresentação e, por outro, deve selecionar e estabelecer a sequência dessas apresentações na discussão coletiva (Stein *et al.*, 2008).

Depois do trabalho autónomo nos grupos, a turma volta a trabalhar em plenário para a realização da “discussão e sintetização”. Esta é uma fase da aula particularmente exigente para o professor, especialmente a gestão da discussão coletiva. Embora o professor tenha como base de orientação um *script* (a sua planificação) e a observação que fez do trabalho dos alunos na fase anterior, existe um espaço amplo, com muitos caminhos, para a intervenção do professor na discussão. O professor tem de gerir as interações de muitos protagonistas e dessa forma orquestrar a discussão, promovendo a qualidade matemática das explicações e argumentações apresentadas e garantindo a comparação de distintas resoluções e da discussão da respetiva diferença e eficácia matemática (Ruthven, Hofmann & Mercer, 2011; Yackel & Cobb, 1996).

No sentido de tornar estas discussões matemáticas mais produtivas, Stein *et al.* (2008) apresentam um modelo que contempla cinco práticas a considerar na preparação (práticas antecipar e monitorizar) e na condução da discussão (práticas selecionar, sequenciar e estabelecer conexões). A prática antecipar é anterior ao decorrer da aula; a prática monitorizar é particularmente saliente no acompanhamento do trabalho autónomo, embora beneficiando da primeira. Na monitorização, o professor analisa o trabalho dos alunos, particularmente as estratégias de resolução e as ideias matemáticas em jogo, tendo em vista a identificação do seu potencial para a discussão. Após a fase de seleção das resoluções, o professor vai sequenciar as apresentações dos alunos, de forma a garantir uma discussão rica, com o estabelecimento de conexões entre ideias, e o desenvolvimento do conhecimento e pensamento matemáticos dos alunos (Cengiz, Kline & Grant, 2011). No decorrer da discussão, estes autores identificam aquilo a que chamam episódio de ampliação (*extending episode*) sempre que o foco de uma discussão se move para uma ideia matemática diferente. Os episódios seguem o curso habitual de uma discussão, iniciando com o professor a colocar uma questão ou então a desafiar um aluno a apresentar uma ideia, continuando depois focados nesse trabalho. Estes autores consideram três tipos de episódios de ampliação: (i) *encorajar a reflexão matemática*, que se traduz no levar os alunos a compreender, comparar e generalizar ideias matemáticas; a considerar e discutir relações entre ideias; a usar diversas resoluções e a considerar a razoabilidade de um argumento; (ii) *avancar nas ideias iniciais*, levando os alunos a procurar resoluções alternativas e a promover o uso de estratégias de resolução eficazes; e (iii) *promover o raciocínio matemático*, envolvendo a justificação das ideias e das estratégias dos alunos e o acompanhamento das justificações dos colegas. O professor realiza em cada episódio uma série de movimentos que são chamados de *ações instrucionais* e que são os seguintes: (i) ações de provocar, que correspondem a desafiar os alunos a apresentar as suas ideias e estratégias; (ii) ações de apoio, para recordar aos alunos o objetivo da discussão, do problema ou da ideia, sugerir a interpretação de uma ideia, repetir o argumento, reforçar o pensamento do aluno; introduzir diferentes representações e contextos; e (iii) ações de ampliação, que

Quadro 1 — Ações intencionais do professor na prática de ensino exploratório da Matemática

	Promoção da aprendizagem matemática	Gestão da aula
INTRODUÇÃO DA TAREFA	<p><i>Garantir a apropriação da tarefa pelos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Familiarizar com o contexto da tarefa</li> <li>— Esclarecer a interpretação da tarefa</li> <li>— Estabelecer objetivos</li> </ul> <p><i>Promover a adesão dos alunos à tarefa:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Estabelecer conexões com experiência anterior</li> <li>— Desafiar para o trabalho</li> </ul>	<p><i>Organizar o trabalho dos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Estipular tempos para o trabalho a desenvolver em cada uma das fases da aula</li> <li>— Definir formas de organização do trabalho (individual, pares, pequenos grupos, ...)</li> <li>— Organizar materiais da aula</li> </ul>
REALIZAÇÃO DA TAREFA	<p><i>Garantir o desenvolvimento da tarefa pelos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Colocar questões e dar pistas</li> <li>— Sugerir representações</li> <li>— Focar ideias produtivas</li> <li>— Pedir clarificações e justificações</li> </ul> <p><i>Manter o desafio cognitivo e autonomia dos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Cuidar de promover o raciocínio dos alunos</li> <li>— Cuidar de não validar a correção matemática das respostas dos alunos</li> </ul>	<p><i>Promover o trabalho de pares/grupos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Regular as interações entre alunos</li> <li>— Providenciar materiais para o grupo</li> </ul> <p><i>Garantir a produção de materiais para a apresentação pelos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Pedir registos escritos</li> <li>— Fornecer materiais a usar</li> <li>— Dar tempo para preparar a apresentação</li> </ul> <p><i>Organizar a discussão a fazer:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Identificar e selecionar resoluções variadas (com erro a explorar, menos ou mais completas, com representações relevantes)</li> <li>— Sequenciar as resoluções selecionadas</li> </ul>
DISCUSSÃO DA TAREFA	<p><i>Promover a qualidade matemática das apresentações dos alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Pedir explicações claras das resoluções</li> <li>— Pedir justificações sobre os resultados e as formas de representação utilizadas</li> <li>— Discutir a diferença e eficácia matemática das resoluções apresentadas</li> </ul> <p><i>Regular as interações entre os alunos na discussão:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Incentivar o questionamento para clarificação de ideias apresentadas ou esclarecimento de dúvidas</li> <li>— Incentivar análise, confronto e comparação entre resoluções</li> <li>— Identificar e colocar à discussão erros matemáticos das resoluções</li> </ul>	<p><i>Criar ambiente propício à apresentação e discussão:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Dar por terminado o tempo de resolução da tarefa pelos alunos</li> <li>— Providenciar a reorganização dos lugares/ espaço para a discussão</li> <li>— Promover atitude de respeito e interesse genuíno pelos diferentes trabalhos apresentados</li> </ul> <p><i>Gerir relações entre os alunos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Definir a ordem das apresentações</li> <li>— Cuidar de justificar as razões da não apresentação de algumas resoluções</li> <li>— Promover e gerir as participações dos alunos na discussão</li> </ul>
SISTEMATIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS MATEMÁTICAS	<p><i>Institucionalizar ideias ou procedimentos relativos a tópicos matemáticos suscitados pela exploração da tarefa:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Identificar conceito(s) matemático(s), clarificar a sua definição e explorar representações múltiplas</li> <li>— Identificar procedimento(s) matemático(s), clarificar as condições da sua aplicação e rever a sua utilização</li> <li>— Reconhecer o valor de uma regra com letras</li> </ul> <p><i>Institucionalizar ideias ou procedimentos relativos a capacidades transversais suscitadas pela exploração da tarefa:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Identificar e relacionar dimensões da(s) capacidade(s) transversal(ais) presentes</li> <li>— Reforçar aspetos-chave para o seu desenvolvimento</li> </ul> <p><i>Estabelecer conexões com aprendizagens anteriores:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Evidenciar ligações com conceitos matemáticos, procedimentos ou capacidades transversais anteriormente trabalhados</li> </ul>	<p><i>Criar ambiente adequado à sistematização:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Focar os alunos no momento de sistematização coletiva</li> <li>— Promover o reconhecimento da importância de apurar conhecimento matemático a partir da tarefa realizada</li> </ul> <p><i>Garantir o registo escrito das ideias resultantes da sistematização:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>— Fazer registo em suporte físico ou informático (quadro, QI, acetato, cartaz ...) por aluno ou professor</li> <li>— Pedir registo escrito nos cadernos dos alunos</li> </ul>

permitem aos alunos avaliar um argumento ou observação, providenciar um raciocínio para um argumento, comparar diferentes estratégias; usar a mesma estratégia em problemas novos e apresentar um contra argumento (Cengiz, Kline & Grant, 2011).

O professor tem aqui um papel importante na orientação dos alunos para a sistematização das principais ideias matemáticas que emergem da discussão (Anghileri, 2006). Dadas as suas características e também os objetivos que se têm em vista, de modo diferente de Stein *et al.* (2008), consideramos importante, destacar essa fase da discussão e adotar a terminologia “sistematização” ao invés de “sintetização”. Nesta fase, com a ajuda do professor, a turma deve reconhecer os conceitos e procedimentos matemáticos envolvidos, estabelecer conexões com aprendizagens anteriores, e/ou reforçar os aspetos fundamentais dos processos matemáticos transversais como a representação, a resolução de problemas e o raciocínio matemático. Por isso, esta fase tem uma natureza diferente da anterior, indo para além da sintetização de ideias, assumindo-se como o momento privilegiado em que a comunidade sistematiza e institucionaliza as aprendizagens matemáticas (Canavarro, 2011).

Procurando descrever as práticas de ensino exploratório da Matemática, apresentamos o Quadro 1, que estamos a desenvolver com base na literatura e na análise das práticas de professores com os quais temos vindo a desenvolver investigação sobre as práticas (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012). Neste quadro identificamos as ações instrucionais do professor e as intenções principais subjacentes a essas ações, considerando assim estas duas componentes das práticas. As intenções do professor têm dois objetivos principais distintos mas interrelacionados: (i) promover as aprendizagens matemáticas dos alunos; e (ii) gerir os alunos e a turma e o funcionamento da aula. Este quadro, que orienta a análise que fazemos neste artigo, é mais um passo na construção de um quadro de referência que relacione as intenções e ações do professor no ensino exploratório da Matemática.

## Abordagem metodológica

O estudo relatado neste artigo integra-se num projeto mais amplo de *Design Research* em que a investigação sobre a prática de sala de aula de ensino exploratório da Matemática e o planeamento de ações de formação de professores sobre este tema se desenvolvem em paralelo (Cobb, Zhao & Dean, 2009). A formação de professores é também alvo de investigação que pode levar a refinamentos do quadro de referência que desenvolvemos sobre o ensino exploratório (Quadro 1). Neste artigo centramo-nos na primeira fase do projeto em que são desenvolvidos casos de prática de professores, numa aula de matemática com as características de ensino exploratório, com o objetivo de aprofundar o conhecimento sobre essa prática.

A investigação é realizada com professores de diversos níveis de ensino que desenvolvem uma prática regular de ensino exploratório, com vista a proporcionarmos uma perspetiva abrangente deste tipo de prática. As aulas observadas são previamente discutidas

entre o professor e membros da equipa do projeto com o objetivo de, não só compreender as intenções do professor, mas também de garantir que se trata de aulas que, globalmente, têm as principais características que definem um ensino exploratório.

Para cada professor são observadas duas a três aulas de aproximadamente 90 minutos de uma mesma turma, de modo a nos familiarizarmos com a prática letiva do professor e com a turma e suas dinâmicas e para que os alunos ganhem progressivo à-vontade face à presença dos investigadores dentro da sala de aula. Os dados são recolhidos em três momentos: antes, durante e após a realização de cada aula. Antes da aula é realizada uma entrevista inicial ao professor (E1) focada na planificação que fez, procurando compreender as suas opções para o desenvolvimento daquela aula. A partir dessa entrevista inicial, os investigadores tomam conhecimento dos objetivos da aula, tarefa selecionada pelo professor, estrutura pensada para a aula, exploração matemática que pretende fazer, incluindo possíveis questões que irá colocar aos alunos, estratégias de resolução e dificuldades que antecipa e recursos que planeia usar e disponibilizar aos alunos. No decurso da aula, é feita a recolha em registo vídeo, usando simultaneamente duas câmaras, dos momentos de trabalho em grande grupo (câmara 1, fixa) e das interações do professor com os pequenos grupos quando os alunos trabalham autonomamente nas tarefas (câmara 2, móvel). São também recolhidas e analisadas as resoluções escritas dos alunos realizadas em pequeno grupo. A partir da análise deste material é realizada uma segunda entrevista com o professor (E2) com base num guião previamente definido, com o objetivo de recolher a sua impressão sobre a aula, particularmente as suas explicações sobre o desenvolvimento da aula e as suas ações. Esta entrevista inclui o visionamento de pequenos excertos do vídeo da aula, selecionados pelos investigadores, para levar o professor a focar-se em acontecimentos específicos, recordando e interpretando as suas ações concretas.

Para cada professor, identificamos a estrutura da aula e as características da tarefa, de acordo com a sua perspetiva. Para cada fase da aula, identificamos as diversas ações do professor e organizamo-las de acordo com as intenções que lhe atribuí, visando construir um quadro de referência da prática de ensino exploratório da Matemática.

No estudo sobre a prática da professora Cláudia, que dá origem a este artigo, a metodologia adotada seguiu os procedimentos acima referidos. Dado que o estudo prévio realizado no âmbito do projeto P3M, com uma professora do 1.º ciclo do ensino básico, contribuiu para gerar o Quadro 1 (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012), através da análise das práticas de ensino exploratório da Matemática da professora Cláudia procurámos, nas diversas fases da aula, identificar aspetos comuns e singularidades nas ações e intenções.

Cláudia é uma professora do 3.º ciclo do ensino básico que tem uma experiência profissional muito diversificada. Este foi o primeiro ano em que trabalhou na escola, onde o estudo foi realizado, tendo estado dedicada à investigação e à formação inicial e contínua de professores de Matemática, durante alguns anos. O presente artigo centra-se numa das aulas lecionadas pela professora numa turma do 7.º ano, na unidade de Equações e Problemas, que ocorreu no 3.º período.



## A prática de ensino exploratório da professora

### O contexto da prática

Este estudo decorreu numa aula de 90 minutos de uma turma do 7.º ano de escolaridade, constituída por 30 alunos que, segundo a professora, se caracteriza pela diversidade quanto ao desempenho e autonomia no trabalho. Tem constatado, ao longo do ano, a existência de um grupo de alunos que precisa de muito apoio da sua parte e um outro grupo que, ao invés, se mostra bastante autónomo e gosta de realizar propostas de tarefas desafiadoras. Ainda assim, a professora considera que é possível realizar um trabalho coletivo com o grupo turma, em particular quando propõe tarefas de natureza mais aberta que permitem diferentes pontos de entrada para os alunos. Esta turma encontra-se, pela primeira vez, a trabalhar sob as orientações curriculares do Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), considerando a professora ter feito uma aposta forte na exploração das potencialidades deste documento curricular ao longo do ano.

### A escolha da tarefa

A tarefa escolhida intitula-se “Eleição para o delegado de turma” (Figura 1) e a sua escolha decorre do momento da unidade didática em que esta aula acontece e, portanto, dos objetivos de aprendizagem que a professora pretende levar os alunos a atingir.

#### Tarefa — “Eleição para o delegado de turma”

A diretora de turma que coordenou o processo de eleição do delegado de turma, informou no final que:

1. Os 30 alunos da turma votaram e não houve votos brancos ou nulos;
2. Apenas três alunos receberam votos: a Francisca, o Lucas e a Sandra;
3. O Lucas recebeu menos dois votos que a Francisca;
4. A Sandra recebeu o dobro dos votos que recebeu o Lucas.

Quem ganhou as eleições? Com quantos votos?

*Não te esqueças de apresentar e explicar o teu processo de resolução.*

Figura 1 — Tarefa “Eleição para o delegado de turma”.

Ao terminar a unidade didática dedicada às equações do 1.º grau, a professora decide propor um problema em que os alunos possam aplicar os seus conhecimentos do tópico em estudo, mas também que, pela diversidade de estratégias que possam surgir, permita discutir aspetos importantes no domínio da álgebra:



Achei interessante a tarefa, primeiro porque não é muito fechada do ponto de vista de estratégias de resolução, o que vai permitir depois que a discussão seja mais alargada, assim se espera que venha a ser. Depois porque, de facto, permite trabalhar as diferentes representações, desde a passagem da linguagem materna para a linguagem algébrica, permite os alunos usarem, por exemplo, tabelas como estratégia de organização do seu raciocínio. (E1)

Apesar de se encontrarem no final desta unidade didática, a professora tem a expectativa de que alguns alunos resolvam o problema sem recorrer às equações, podendo fazê-lo por tentativa e erro ou por analogia com um processo muito utilizado pelos alunos no estudo de sequências numéricas, organizando os valores numa tabela. Para a professora, o confronto das várias estratégias permitirá realizar uma síntese de conceitos trabalhados anteriormente e realçar a eficácia da opção por uma resolução algébrica do problema em causa, o que se constitui como objetivo fundamental desta aula:

Esse também é o grande objetivo, que eles percebam como é que, numa estratégia digamos, mais eficiente em termos de rapidez, lhes poderia encontrar a resposta ao problema e onde vai ser possível discutir os vários tópicos e noções que foram trabalhadas nas equações, nomeadamente a noção de equação, de membro, termo, de redução de termos semelhantes, os princípios de equivalência, o que é uma solução de uma equação, equações equivalentes, portanto, há aqui uma hipótese muito alargada de podermos fazer uma síntese destes conceitos, que também é um objetivo desta aula. (E1)

A professora salienta também a possibilidade de a resolução da tarefa por diferentes estratégias incentivar a comunicação matemática dos alunos no momento da discussão das suas resoluções, ao terem de explicar e justificar a forma como resolveram o problema: “também do ponto de vista da comunicação matemática é uma tarefa que permite os alunos desenvolverem esta capacidade na medida em que vão ter de argumentar as várias estratégias que usaram e o porquê, porque é que é válido” (E1).

A tarefa é escolhida pela professora com objetivos bem definidos, estando patente tanto uma preocupação com os tópicos matemáticos que foram trabalhados ao longo da unidade didática, como o desenvolvimento de capacidades transversais, de acordo com o programa de Matemática vigente (ME, 2007).

### **A prática da professora nas diferentes fases da aula**

A aula organizou-se em torno de quatro grandes momentos, tal como a professora tinha indicado no plano que elaborou antecipadamente, os quais designou por: apresentação da tarefa e da metodologia de trabalho, realização da tarefa, discussão da tarefa e apresentação da resolução pelos pares e síntese. Através da observação e análise da aula de Cláudia identificámos as suas ações e as entrevistas realizadas possibilitaram conhecer as

suas intenções, o que nos permite interpretar as ações observadas em cada fase da aula. Por uma questão de coerência com o quadro que estamos a construir da prática de ensino exploratório (Quadro 1) usamos uma terminologia um pouco diferente para as fases da aula da que foi usada pela professora, embora coincidentes no sentido que lhe é atribuído: introdução da tarefa, realização da tarefa, discussão da tarefa e sistematização das aprendizagens matemáticas.

### ***Introdução da tarefa***

Para Cláudia, a fase inicial da aula é fundamental para garantir a *adesão à tarefa*, em particular, em turmas tal como esta em que os alunos facilmente se dispersam. Ao entrarem na aula, notou que os alunos estavam agitados, o que poderia indiciar alguma resistência a iniciarem o trabalho. Assim, optou por centrar em si própria este início de aula fazendo a leitura da tarefa e questionando-os sobre alguns termos e expressões que poderiam ser desconhecidos para alguns, como “voto em branco” ou “nulo”. A resposta dos alunos deu-lhe indicação de que começavam a estar concentrados na tarefa proposta e que poderia rapidamente conduzi-los para a sua realização. Assim, reforçando a *adesão dos alunos à tarefa*, assume que podem seguir diferentes estratégias e que terão que partilhar com a turma os seus raciocínios, dizendo-lhes: “Agora, podem usar várias estratégias de resolução e não se esqueçam que têm de apresentar a forma como pensaram”. Após a aula, a professora mantém a perceção que o enunciado da tarefa era claro para os alunos e que para além do esclarecimento de vocabulário não houve necessidade de outras ações para garantir a *apropriação da tarefa*. Considera ainda que o contexto do problema, ao ser familiar aos alunos, também os motiva e contribui para a sua *adesão à tarefa*.

No que diz respeito à *gestão da aula*, a professora Cláudia anteviu na sua planificação a realização da tarefa a pares, durante dez minutos, e deu essa indicação à turma. Embora tendo referido que os alunos teriam de se preparar para apresentar os seus raciocínios em plenário, não deu indicações de como o deveriam fazer.

### ***Realização da tarefa***

Tendo em conta que a turma de Cláudia é constituída por 30 alunos, onde existe bastante diversidade, habitualmente procura dar acompanhamento ao trabalho autónomo dos alunos em duas etapas. Numa primeira etapa, pretende assegurar-se que todos os alunos estão efetivamente a trabalhar na tarefa, percorrendo a sala. Numa segunda etapa, tem como objetivo *garantir o desenvolvimento da tarefa pelos alunos* e para tal procura perceber que estratégias os alunos estão a seguir. Uma das estratégias antecipadas, resolução por tentativa e erro, leva a que alguns alunos experimentem valores ao acaso e não façam um registo cuidadoso, aspeto que a professora tinha previsto. Neste caso, sugere que registem de uma forma organizada o que estão a pensar e incentiva-os a verificar se todos os valores indicados satisfazem as condições do enunciado. Pretende, assim, garantir o desenvolvimento da tarefa, analisando passo a passo o trabalho dos alunos e focando ideias produtivas mas que precisam de ser ajustadas. Por exemplo, um par de alunos evidencia interpretar corretamente o problema mas apresenta quatro incógnitas, pelo que Cláudia chama a sua atenção para a impossibilidade de resolverem a situação a partir daí:

*Professora:* Olha, só uma perguntinha que talvez vos ajude: quantas incógnitas é que vocês têm assim com essa...?

*Aluno:* Nisto tudo, temos quatro.

*Professora:* Pois... e a gente consegue-se “desenrascar” com quatro incógnitas? Se calhar convém haver aí uma estratégia que vos ajude...

*Aluno:* ... a aliviar...

*Professora:* A “aliviar”, exatamente, a ter menos incógnitas. Mas estão a pensar bem, vá.

Outra preocupação da professora é o de *manter o desafio cognitivo e a autonomia dos alunos*. Neste sentido, Cláudia revela ações que promovem o raciocínio dos alunos, por exemplo, quando solicita que justifiquem os procedimentos usados de forma a garantir que o fazem com compreensão:

Aqui o objetivo deste meu questionamento, primeiro era tentar perceber se a simplificação do 1.º membro, nomeadamente o dobro da diferença, em que ela aplicou a propriedade distributiva, se tinha sido uma aplicação consciente daquilo que estava a fazer ou se era apenas automatismo. (E2)

Cláudia também evita validar as respostas dos alunos. Quando é explicitamente solicitada pelos alunos a confirmar a validade matemática das suas respostas, usa principalmente o questionamento, de modo a serem eles próprios a fazerem a sua verificação:

Houve aqui situações que eu fui chamada pelos alunos, por algum grupo de alunos que (...) precisavam que eu validasse de algum modo a estratégia que eles estavam a seguir. Chamaram-me: “Professora, acha que isto está bem?”. Aí a minha função foi devolver o raciocínio, ou seja, pô-los a pensar alto de como é que estavam a pensar, para eles próprios interiorizarem se aquilo estava a fazer sentido para eles. (E2)

Também quando deteta erros, nas suas resoluções, procura que sejam estes a reconhecerem e a corrigi-los, colocando-lhes questões. Por exemplo, numa situação em que um par de alunos não estava a trabalhar colaborativamente, a professora incentiva-os a verificar o que cada um fez para que se possam corrigir mutuamente:

Eu questiono-os, (...) porque de facto a equação que o Pedro escreve não está correta, o problema não está bem equacionado, mas eu também não digo que está errado. Aqui o que eu pergunto é se concordam com aquilo que está e qual é o significado do que está aqui escrito, devolvendo esta pergunta à Beatriz, de modo a que seja a Beatriz com o Pedro a descobrir onde é que está o erro. (...) deixei-os a pensar em conjunto, e o que eu verifico depois é que eles conseguem os dois chegar a um consenso e traduzir corretamente a equação e chegar ao valor da incógnita que lhes permitiu depois chegar aos valores dos vários votos. (E2)

A situação descrita acima também evidencia a intenção da professora de *promover o trabalho dos pares*, uma vez que alguns alunos tendem a interagir pouco e a resolver individualmente o problema. Para apoiar o trabalho dos pares, a professora preocupa-se em *providenciar materiais para os grupos* que necessitem, nomeadamente, tem disponível o material manipulável *Hands on Equations* para quem o solicite. Este material foi bastante utilizado ao longo desta unidade didática mas, neste momento, Cláudia considera que a maior parte dos alunos já não necessita dele para resolver as equações.

Nesta fase da aula, a professora preocupa-se também com a *organização da discussão da tarefa*, procurando identificar que pares vai selecionar para apresentarem a sua resolução. Tal como tinha previsto, surgiram três tipos diferentes de resolução, pelo que procurou selecionar grupos que representassem cada uma delas, de uma forma completa, dado que o seu objetivo era o confronto das estratégias. No caso da estratégia que recorria à resolução de uma equação, Cláudia decidiu selecionar para a apresentação dois grupos que tinham recorrido a equações diferentes (Figuras 2 e 3).

Handwritten mathematical work from Figure 2:

$$\begin{aligned} \text{Sandra} - 2x(x-2) &= 14 \\ \text{Freiçisca} - x &= 9 \\ \text{Lucas} - x-2 &= 7 \end{aligned}$$

30 votos

Lucas      Freiçisca      Sandra

$$2(x-2) + x + (x-2) = 30$$

Figura 2 — Excerto da resolução do grupo Leonor e Margarida.

Handwritten mathematical work from Figure 3:

$$\begin{aligned} \text{Lucas} &= x \\ \text{Freiçisca} &= x+2 \\ \text{Sandra} &= 2x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + (x+2) + 2x &= 30 (=) \\ (=) 4x + 2 &= 30 (=) \\ (=) 4x + 2 + (-2) &= 30 + (-2) (=) \\ (=) \frac{4x}{4} &= \frac{28}{4} (=) \\ (=) x &= 7 \end{aligned}$$

Figura 3 — Excerto da resolução do grupo David e Mariana.

A professora considera que a partir destas duas resoluções poderia discutir ideias importantes em torno dos tópicos matemáticos desta unidade didática:

Tinha percebido pelo acompanhamento da turma que a Margarida e a Leonor tinham chegado a uma equação, mas diferente em termos de escrita algébrica do David e da Mariana, e então pensei que, de facto, “aqui está uma oportunidade para discutir (...) que o mesmo problema pode ser traduzido por equações diferentes para chegar exatamente à mesma resposta”. (E2)

Nesta fase de trabalho autónomo não surgiu uma das representações que a professora esperava e que iria apoiar os alunos na experimentação metódica e organizada dos valores possíveis de solução do problema — a tabela — que lhe permitisse estabelecer uma conexão com as sequências numéricas. Observou, no entanto, uma resolução de um aluno em que se percebia ter existido um método para encontrar a solução, embora algo desorganizado no registo que efetuou. Cláudia aproveitou, então, para incentivá-lo a organizar o seu raciocínio. No entanto, querendo reservar um período de tempo significativo para a fase de discussão, decidiu conceder mais tempo ao aluno para preparar a sua apresentação, mas iniciou a fase de discussão coletiva da tarefa. Deste modo, alterou também a ordem pela qual tinha pensado que as apresentações seriam feitas (em primeiro lugar, uma estratégia de tentativa e erro, depois uma que recorresse a sequências numéricas e, por último, uma estratégia assente na resolução de equações), de modo a permitir que o aluno concluísse o seu trabalho e este viesse ainda a ser integrado na discussão com a turma.

### Discussão da tarefa

Esta fase da aula é muito valorizada pela professora Cláudia, o que se evidencia pelo cuidado que tem em reservar um período de tempo substancial para a sua concretização. De facto, no plano de aula tinha previsto 30 minutos para esta fase da aula mas esta acabou por ocupar quase o dobro do tempo. Ao longo da apresentação dos quatro pares de alunos é visível a intenção da professora de *promover a qualidade matemática das apresentações dos alunos*, de modo a garantir que este seja um momento de aprendizagem para toda a turma. Nesse sentido, procura que os alunos não se limitem a reproduzir no quadro as resoluções da tarefa mas que as expliquem com clareza à turma. Por exemplo, a professora solicita à aluna que representou o primeiro grupo que apresentou (fig. 4) que explique a sua resolução e, em paralelo, vai questionando a turma para se assegurar que estão a perceber o raciocínio dos colegas:

30 alunos  
3 alunos - Francisca Lucas Sandra

30 : 3 = 10

Tentativa erro

Passo 1 - 10 + 10 + 10  
                    ↑ Francisca  
                    ↑ Lucas  
                    ↑ Sandra

Passo 2 - 8 + 10 + 12 = 30 > 30 Não dá

Passo 3 - 6 + 8 + 12 = 26 < 30 Não dá

Passo 4 - 7 + 9 + 14 = 30 30 = 30 Dá

Figura 4 — Excerto da resolução do grupo Ana Rita, Carolina e Duarte.

*Professora:* Então explica lá, há 30 alunos na turma não é? Corresponde a quê?

*Ana Rita:* São 30 alunos é o total da turma e 3 alunos é o número de alunos que foram votados.

(...)

*Professora:* Então e agora, como é que pensaram?

*Ana Rita:* Eu fiz 30 a dividir por 3, número de alunos, para saber mais ou menos quanto é que... se dividíssemos, com quanto é que cada um ficava.

*Professora:* José Ricardo, qual foi a estratégia que a tua colega utilizou?

*José Ricardo:* Dividir por 3.

*Professora:* Porquê? Porque é que ela dividiu por 3?

*Aluno:* Porque são 3 alunos...

*Professora:* São o número de... É o número de candidatos. E o que é que obtiveste?

*Ana Rita:* 10.

*Professora:* E o que é que isso representa?

*Ana Rita:* Representa mais ou menos o que é que aproximadamente cada um vai ficar.

(...)

A qualidade matemática das apresentações dos alunos também é sustentada através do pedido de justificação de resultados e das formas de representação que vão surgindo. Nesse momento, Cláudia pretende que os alunos se debrucem sobre as resoluções apresentadas e incentiva-os a comentarem o trabalho dos seus colegas. No diálogo seguinte, referente à apresentação do mesmo grupo, a professora vai questionando, focalizando-os no raciocínio, com o objetivo de validar a resolução que está a ser apresentada, o que evidencia a sua ação na regulação das interações entre os alunos:

*Professora:* Portanto, seguiram a mesma estratégia. Rafaela, qual foi a estratégia que a tua colega usou?

*Rafaela:* Foi a mesma.

*Professora:* Foi a mesma. E valida as condições do problema?

*Gonçalo:* Isso não sei...

*Professora:* Não sabe? Então?

*André:* Algumas menos o resultado.

*Professora:* “Algumas menos o resultado”, o que é que isso quer dizer André, explica lá?

*André:* Quer dizer que 8 menos 2 dá 6...

*Professora:* Ou seja, que a diferença entre o Lucas e a Francisca verifica-se, não é?

*Aluno:* E o dobro dos votos entre a Francisca e o Lucas fica (...)

*Professora:* Portanto, o André acabou de dizer que de facto as condições da relação entre os votos do Lucas e os votos da Sandra...

*André:* Verifica-se.

*Professora:* Verifica-se, não é? Esta é o dobro daquela, certo? E que a relação entre os votos do Lucas e da Francisca também se mantém, porquê? Porque o Lucas tem menos dois votos do que a Francisca. Então qual é o problema?

*Aluno:* O resultado total.

*Professora:* O total de votos dá...

*Vários:* 26.

*Professora:* 26. E o que é que é pedido?

*Aluno:* 30.

*Professora:* Exatamente. Nós sabemos à partida que houve 30 votos.

Ainda assim, a professora reconhece que não é fácil conseguir este tipo de intervenção dos alunos. O questionamento sistemático, por exemplo incentivando-os a fazer um confronto e comparação de resoluções, é uma das formas que privilegia para conseguir que estejam “focados naquilo que é o objetivo da aula” (E2) e que participem ativamente na discussão. No diálogo seguinte, a professora solicita a um outro grupo que escreva no quadro a sua resolução ao lado da do grupo que apresentou anteriormente, com o objetivo de estabelecer um confronto entre as duas (Figuras 2 e 3). Durante cerca de 10 minutos, a professora vai interpelando os alunos no sentido de estes confrontarem as duas estratégias recorrendo aos seus conhecimentos sobre equações, diálogo do qual apresentamos uma parte:

*Professora:* Qual é a diferença entre uma e outra? Pedro, conta lá.

*Pedro:* A diferença?

*Professora:* Sim... ou são iguais? Na estratégia usada pela Leonor e Margarida...

*Beatriz:* Sim, eu sei, eu sei...

*Professora:* Diz lá.



*Beatriz:* O Lucas é igual a  $x$  e no da Margarida, o Lucas era  $x-2$ .

*Professora:* Sim e então? O que é que isso significa?

*David:* Que a incógnita é diferente nos dois.

*Professora:* “Que a incógnita é diferente”? Para mim a incógnita é a mesma... Diz lá, José Ricardo.

*José Ricardo:* Naquele lado o  $x$  vai ser diferente... vai ter um valor diferente...

*Professora:* Ou seja, o José Ricardo está a avançar que, na estratégia que a Mariana vai usar, vamos chegar a um valor de  $x$  diferente. Quem quer apostar que sim, quem quer apostar que não?

(...)

*Professora:* Agora a minha pergunta é: a equação que a Mariana aqui escreveu, esta equação...é equivalente a esta?

*Vários:* Não.

*Professora:* Porquê?

(...)

*Professora:* O que é que são equações equivalentes?

*Mariana:* Tem o mesmo conjunto solução.

*Professora:* Então, volto a perguntar: Aquelas duas equações são equivalentes?

*Vários:* São.

*Vários:* Não...

*Aluna:* É possível e determinada.

*Professora:* Diz lá, Ana Rita...

*Ana Rita:* Se tiver o mesmo valor de solução do que ... são equivalentes.

Este excerto evidencia também que a discussão da diferença matemática entre as resoluções apresentadas é levada, pela professora, para um outro patamar, na medida em que impulsiona os alunos para revisitarem o seu conceito de equação equivalente à luz da situação que estão a trabalhar.

Para garantir a aprendizagem matemática dos alunos, a professora atende a aspetos centrais relativos à gestão da aula, nomeadamente *gerindo as relações entre os alunos* quando promove a sua participações na discussão como vimos nos diálogos anteriores. Cláu-

dia considera que este é um aspeto a que tem vindo a dar atenção constante ao longo do ano e no qual observa alguma evolução dado que existem momentos em que os alunos já conseguem interagir entre eles. Ainda assim, continua a ser um aspeto em que sente ter que continuar a insistir. Observa-se também na aula que a professora procura criar *um ambiente propício à apresentação e discussão* das resoluções dos alunos através da promoção de uma atitude de respeito e interesse pelas apresentações dos colegas e da atribuição de um tempo significativo para o desenvolvimento desta fase da aula. Como refere:

continua a ser necessário alguma intervenção da minha parte no sentido de questioná-los para ver se estão todos também a tomar atenção, porque aqui a turma com 30 [alunos], a certa altura também há muito a tendência, pelo andar da hora e do tempo da aula, “ah eu já tenho isto feito, eu já percebi” e desligam, tendem a desligar. (E2)

### ***Sistematização das aprendizagens matemáticas***

Esta fase da aula corresponde a um objetivo importante para a professora neste momento do percurso matemático da turma: a realização de uma síntese (termo usado pela professora) relativamente a vários dos objetivos de aprendizagem deste capítulo. Assim, Cláudia tem a intenção de *institucionalizar e retomar ideias matemáticas* através de uma identificação de conceitos matemáticos, clarificando a sua definição. Dado que a sequência de apresentação das estratégias dos alunos não seguiu o que tinha planeado, a professora sentiu a necessidade de fazer esta síntese das aprendizagens matemáticas em dois momentos da aula, embora no seu plano contasse fazê-la apenas no final das apresentações: num primeiro momento, após a apresentação dos dois primeiros grupos (Figura 4 e 2), em que se centra na comparação do método de tentativa e erro e da resolução algébrica, salientando a possibilidade da última constituir um método mais geral para resolver uma situação daquele tipo e no revisitar de alguns aspetos importantes relativos ao conceito e à resolução de uma equação; num segundo momento, a terminar a última apresentação (através de uma tabela com sequências numéricas), para confrontar as diferentes estratégias. Cláudia resume a sua intenção relativamente a esta fase da aula:

Foi um bocadinho que eles percebessem as várias estratégias que foram usadas, as potencialidades de cada uma delas, as diferentes representações usadas, as questões da valorização da álgebra e dos princípios de equivalência, porque era um remate desta unidade, houve ali muita preocupação do que é que é uma equação, o que é uma equação equivalente, o que é isto da solução, o significado de solução de uma equação (...) Porque também esta tarefa era uma tarefa de encerramento de algum modo, e portanto, importava fazer esta revisão da matéria, não tanto como uma conclusão de um tópico que eles construíram [na aula], mas mais de construção de uma síntese da matéria toda. (E2)

Portanto, tendo em conta o momento da unidade didática em que propõe aos alunos esta tarefa, a sua intenção é, segundo refere, fazer uma síntese, em que os conceitos trabalhados ao longo da unidade didática possam ser revisitados, clarificando a sua definição.

Cláudia denota também nesta fase da aula a intenção de *institucionalizar ideias importantes relativas ao desenvolvimento das capacidades transversais*, em particular, da resolução de problemas. Assim considera importante não só que percebam cada uma das estratégias seguidas mas que também compreendam as suas características particulares e as potencialidades de cada uma delas. Com este objetivo em mente, leva os alunos a pensar se o processo de tentativa e erro seria adequado para resolver um problema em que os números envolvidos fossem de uma outra ordem de grandeza: “A minha pergunta é: Se em vez de 30 votos, tivéssemos os tais 7653 [votos], qual era a diferença [entre a resolução algébrica e a tentativa e erro] para saber o número de votos de cada candidato?”.

Nesta fase final da aula, a professora evidencia também o propósito de *estabelecer conexões com aprendizagens anteriores*, no tema da álgebra. Como refere, a valorização das diferentes estratégias adotadas pelos alunos permite que estes percebam como estas “estavam interrelacionadas e também [permite] ligar a outros tópicos que já tinham sido trabalhados, nomeadamente as sequências” (E2). Dado que os alunos tinham iniciado o estudo deste tema através do tópico das sequências, considerou importante estabelecer uma conexão entre as equações e aquele tópico para promover uma perspetiva mais integrada das aprendizagens matemáticas.

Nesta fase da aula está também presente a preocupação da professora em criar um *ambiente adequado à sistematização*, que se torna particularmente difícil no segundo destes momentos, onde se apercebe existir já um certo cansaço por parte dos alunos. Sentindo que os alunos estavam a chegar “ao limite”, assumiu um discurso mais centrado em si própria mas, ainda assim, apelando à participação da turma. Por último, a professora refere ter, habitualmente, a preocupação que fiquem registadas no quadro as ideias-chave resultantes da sistematização embora isso não tenha acontecido nesta aula, uma vez que não foram introduzidos novos tópicos: “não deu origem ali a uma escrita de definições ou de propriedades, também não era esse o objetivo, era mais de uma revisão, uma conclusão oral” (E2). Ainda assim, observou-se que muitos alunos registaram na sua folha as várias estratégias que foram apresentadas no quadro.

## Conclusões

### Uma prática de ensino exploratório

A análise da prática da professora Cláudia nesta aula coloca em evidência um vasto repertório de ações e intenções que se enquadram na perspetiva de práticas de ensino exploratório que vem sendo desenvolvido no projeto P3M. Sobressaem também diversas singularidades na prática de ensino exploratório desta professora relativamente ao outro caso analisado no projeto que contribuiu para a criação do Quadro 1 (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012), que passamos a discutir.

No caso da prática de ensino exploratório de Cláudia, verifica-se que a fase de *Introdução da tarefa* é muito breve. Esta opção decorre da forma como a professora percecio-

nou naquele momento um dos aspetos do contexto, o ambiente de aula, verificando que os alunos estariam com dificuldade em concentrar-se no trabalho. Há assim uma primeira preocupação de *gestão desta fase inicial da aula* para garantir a *adesão dos alunos à tarefa*, ou seja, o primeiro propósito serve a promoção da aprendizagem matemática dos alunos. Procurando garantir a *apropriação da tarefa pelos alunos*, a professora apenas esclarece vocabulário do enunciado potencialmente desconhecido para os alunos.

Nesta fase da aula, não se reconhecem na prática de Cláudia outras ações, com estas duas intenções, entre as que se encontram elencadas no Quadro 1. De facto, se a professora se detivesse na interpretação da tarefa, no estabelecimento de objetivos ou de conexões com o tema que estavam a trabalhar, aspetos identificados no outro caso da prática de ensino exploratório (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2012), poderia levar alguns alunos a apontar de imediato no sentido da resolução algébrica do problema, limitando a possibilidade de surgirem outras estratégias. Tal situação poderia reduzir o nível de desafio cognitivo da tarefa, retirando-lhe o carácter problemático pretendido, e contribuindo para a uniformização das estratégias de resolução, o que teria um impacto negativo na fase posterior de discussão da tarefa, tal como referido por Stein *et al.* (2008).

Na fase de *realização da tarefa*, observamos na prática de Cláudia uma grande proximidade com os elementos do quadro da prática de ensino exploratório referido, verificando-se uma forte intencionalidade em conceder autonomia às ideias dos alunos e promover a interacção entre eles mas, simultaneamente, em apoiá-los *no desenvolvimento da tarefa*. A professora evidencia equilibrar a manutenção do *desafio cognitivo das tarefas* e a *autonomia dos alunos* nas estratégias que adotam com o desenvolvimento produtivo da tarefa, ou seja, com uma atividade matemática significativa de acordo com os objetivos de aprendizagem que estabeleceu no plano de aula. Para tal, contribui o modo predominantemente questionante com que interpela os alunos, levando-os a pensar sobre o que estão a fazer, e evitando validar a correção as suas respostas, quer estas estejam corretas quer não. Assim, a professora precisa de debruçar-se cuidadosamente sobre as resoluções dos alunos, extraindo os aspetos matemáticos importantes (Stein *et al.*, 2008), o que implica, amiúde, pedir-lhes uma explicação ou clarificação, e levando-os a focarem-se em ideias produtivas, o que vai ao encontro dos aspetos identificados por Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), contemplados no Quadro 1.

Nesta fase, a professora começa a preparar a discussão das resoluções dos alunos, tendo o importante papel de selecionar e sequenciar as estratégias que vão ser apresentadas à turma. Os motivos que levaram Cláudia a selecionar esta tarefa para esta aula, evidenciam igualmente a importância que atribui à fase de discussão coletiva do trabalho realizado, como momento de aprendizagem matemática. De facto, a possibilidade de os alunos adotarem estratégias diferenciadas na sua resolução, com diferentes graus de sofisticação, constituía para ela uma condição fundamental para que ocorresse uma discussão das ideias matemáticas nessa fase da aula, nomeadamente que os alunos pudessem analisar, do ponto de vista matemático, as diferenças entre as estratégias e o seu nível de eficácia. A professora evidencia também flexibilidade, ajustando o que tinha previsto fazer em função da atividade dos alunos, não perdendo de vista o seu objetivo de discutir

estratégias diversificadas e de as confrontar. Deste modo, a análise da prática desta professora vem reforçar a pertinência de um dos pontos do quadro de ensino exploratório: a antecipação pelo professor de estratégias de resolução que os alunos podem vir a adotar e das dificuldades que podem enfrentar (Stein *et al.*, 2008). Esta antecipação é fundamental para que o apoio ao trabalho autónomo dos alunos seja produtivo sem, contudo, os condicionar a enveredar por um caminho que o professor tem previamente em mente. Como constatamos, na fase de realização da tarefa pelos alunos a ação da professora não se limita a uma verificação de quem está ou não a trabalhar mas constitui uma ação de monitorização do trabalho da turma (Stein *et al.*, 2008), assim como uma preparação para a fase seguinte da aula.

No que diz respeito ao desenvolvimento da *fase de discussão da tarefa*, pudemos identificar na prática da professora uma forte incidência nas ações que têm por intenção a *promoção da qualidade matemática das apresentações* dos alunos. Estas estão, no entanto, ancoradas em ações instrucionais que visam não só criar um *ambiente adequado à discussão* mas também sustentar e apoiar os alunos a explicar as suas ideias e raciocínios com clareza. O conjunto de ações que se observa por parte da professora faz com que esta fase da aula não seja apenas uma sequência de apresentações dos alunos, mas que os conduza a ir além das estratégias apresentadas, acrescentando ou consolidando conhecimentos matemáticos e promovendo o raciocínio e a reflexão. Estes aspetos, que são referidos por Cengiz *et al.* (2011) como promotores de um aprofundamento ou extensão do pensamento dos alunos, estão bem patentes, por exemplo, quando a professora provoca o confronto de duas resoluções algébricas do problema, retomando conceitos importantes no tópico em estudo e contribuindo para que a turma os encare de um outro ponto de vista.

No que se refere à fase de sistematização das aprendizagens matemáticas, esta é, nesta aula, encarada pela professora como uma síntese, na medida que a sua principal intenção seria o estabelecimento de conexões com aprendizagens anteriores e o reforçar de alguns aspetos centrais do tópico em estudo. Essa conexão foi feita a partir das diferentes estratégias que os alunos seguiram, estabelecendo um confronto entre as suas características, nomeadamente quanto à sua eficácia na resolução de problemas semelhantes, aspeto referido por Stein *et al.* (2008), e revisitando alguns conceitos que tinham sido trabalhados no tema da álgebra. Embora a professora considere que realiza uma síntese, na medida em que esta aula não tinha como objetivo a introdução de novos tópicos ou conceitos matemáticos, as características deste momento evidenciam tratar-se de uma sistematização de aprendizagens, no sentido que lhe atribuímos no quadro de ensino exploratório, e não apenas uma sintetização de ideias. Efetivamente, existe uma forte intencionalidade por parte da professora em apoiar os alunos no estabelecimento de conexões com aprendizagens anteriores (nomeadamente, entre o tópico das sequências e das equações do 1.º grau) e de reforçar processos matemáticos transversais (em particular, a resolução de problemas). Tal como referimos a propósito da prática da professora na fase de discussão da tarefa, também nesta fase mostra ações que encorajam a reflexão e o raciocínio matemático dos alunos (Cengiz *et al.*, 2011).

Nestas duas últimas fases da aula, são bem evidentes as dificuldades da professora na gestão das relações entre os alunos, nomeadamente na promoção e gestão da participação

na aula. A professora nota uma evolução na turma quanto à capacidade de comunicação matemática, nomeadamente, no que toca à apresentação das suas estratégias e ao seu envolvimento no momento da discussão, mas, ainda assim, sente que tem que intervir bastante para suscitar a participação dos alunos na análise e discussão das resoluções dos colegas. Observam-se, nestas fases da aula, os três tipos de ações instrucionais por parte da professora (provocar, apoiar, ampliar) referidas por Cengiz *et al.* (2011) que permitem perceber a sua compatibilidade com o quadro de ensino exploratório que vimos a discutir.

A análise de uma prática pautada pelo ensino exploratório evidencia uma forte interligação entre as várias fases da aula. Esta interligação exige uma boa preparação da professora para a aula, sabendo não só o que espera de cada fase e como cada uma delas pode contribuir para as outras, sendo que em cada uma há aspetos importantes da aprendizagem matemática dos alunos que têm de ser acautelados para garantir o sucesso global da aula. É esta preparação cuidadosa da aula pela professora que permite flexibilidade na condução da aula, tomando decisões e fazendo alterações ao plano que estabeleceu, tendo em conta a atividade dos alunos. Por exemplo, optou por realizar uma sistematização das aprendizagens em dois momentos distintos, tendo em conta as resoluções dos alunos, não seguindo o que tinha planeado.

### **Contributos para um quadro de referência da prática de ensino exploratório**

A prática de ensino exploratório tem uma natureza marcadamente interativa e, como tal, não depende apenas da natureza da tarefa matemática e do objetivo com que é proposta ou da experiência anterior dos alunos, mas, essencialmente da forma como estes vão interagindo com a professora e entre eles nos vários momentos da aula. As singularidades e semelhanças que identificámos entre a prática da professora Cláudia e a prática retratada no Quadro 1, relativamente a ações intencionais que subtendem um objetivo global de desenvolver um ensino de natureza exploratória, evidenciam a complexidade desta prática. Tal quadro, assumido como uma possível reificação da prática de ensino exploratório, não permite naturalmente expor o dinamismo e interatividade das ações e intenções que enformam essa prática. De facto, pode observar-se na prática de Cláudia, diversas ações que dizem respeito à gestão da turma mas visam diretamente a promoção da aprendizagem matemática dos alunos, portanto, constata-se que são diversas ações, que em conjunto, vão tendo impacto no desenrolar da aula (Cengiz *et al.*, 2011).

A construção de um quadro de ensino exploratório, focado nas ações intencionais do professor, pretende ser uma contribuição para compreender este tipo de prática. São reconhecidos diversos desafios e dificuldades que persistem ao longo do tempo porque, como Cengiz *et al.* (2011) referem, nem todas as ações do professor produzem o resultado pretendido em cada situação. Deste modo, o traçar de um quadro que procure dar conta da prática do professor, e não apenas de ações isoladas, pode constituir uma contribuição importante para a investigação, nomeadamente, para aprofundar a compreensão de como a atividade do professor interage e influencia a atividade matemática dos alunos, em contextos de ensino exploratório (Johnson, em publicação; Ruthven *et al.*, 2011) e dos múltiplos aspetos que influenciam essas ações (Nathan & Knuth, 2003).

A exploração de um quadro de prática de ensino exploratório tem também potencialidades para a formação de professores, na medida em que permite evidenciar que esta prática embora muito exigente (Franke, Kazemi & Battey, 2007) é concretizável em situações reais de ensino. As ações específicas variam de aula para aula mas o quadro permite ao professor ter contacto com um repertório mais alargado de ações e, em particular, os casos de prática de ensino exploratório (Oliveira, Menezes & Canavarro, 2012) favorecem que o professor se aperceba de que essas ações são contextualizadas. No caso concreto da prática discutida neste estudo, a análise da tarefa matemática proposta poderia ser encarada apenas como um problema de aplicação de procedimentos. No entanto, os objetivos mais abrangentes que a professora estabelece para a aula, evidenciam que aquela cumpre um papel muito diferente, ao levar à reflexão conjunta sobre conhecimentos e processos matemáticos que foram trabalhando ao longo do ano, favorecendo o aprofundamento da compreensão matemática dos alunos. A análise de tal prática, no contexto da construção de um quadro de referência tal como o proposto neste artigo, permite compreender as intenções da professora, contribuindo, por exemplo no âmbito da formação de professores, para uma discussão mais alargada quanto à natureza e ao papel das tarefas no processo de ensino aprendizagem da matemática (Stein & Smith, 1998).

Rejeitando a ideia de receituário de ações que o professor deve prosseguir ao longo da aula, numa perspetiva prescritiva (Cengiz *et al.*, 2011), à medida que formos alargando a investigação a outros professores, de diferentes níveis de ensino, poderemos robustecer este quadro, conferindo-lhe abrangência e simultaneamente especificidade de modo a abarcar as diferentes nuances desta prática de ensino exploratório da matemática. É nossa expectativa que este trabalho venha a contribuir para conhecer mais aprofundadamente este tipo de prática de ensino da Matemática, constituindo também um recurso importante para a formação inicial e contínua de professores.

### **Agradecimento**

Agradecemos a Ana Paula Gil, bolsista do projeto Práticas Profissionais dos Professores de Matemática, o apoio concedido na recolha de dados no âmbito deste estudo.

### **Nota**

1 Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT — Fundação para a Ciência e Tecnologia, no âmbito do *Projeto Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (contrato PTDC/CPE-CED/098931/2008).



## Referências

- Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 33–52.
- Bishop, A., & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309–365). Dordrecht: D. Reidel.
- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11–17.
- Canavarro, A., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In L. Santos (Ed.), *Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de ensino da Matemática* (pp. 255–266). Portalegre: SPIEM.
- Cengiz, N., Kline, K., & Grant, T. J. (2011). Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 355–374.
- Chapman, O., & Heater, B. (2010). Understanding change through a high school mathematics teacher's journey to inquiry-based teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13, 445–458.
- Cobb, P., Zhao, Q., & Dean, C. (2009). Conducting design experiments to support teachers' learning: A reflection from the field. *The Journal of the Learning Sciences*, 18, 165–199.
- Franco, P. & Longarezi, A. (2011). Elementos constituintes e constituidores da formação continuada de professores: contribuições da teoria da atividade. *Educação e Filosofia*, 50, 557–582.
- Franke, K. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 225–356). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Johnson, E. (em publicação). Teachers' mathematical activity in inquiry-oriented instruction. *Journal of Mathematical Behavior*. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.03.002>
- Lampert, M. (2004). Response to teaching practice/Teacher learning practice group. In J. Spillane, P. Cobb, & A. Sfarf (Org.), *Investigating the practice of school improvement: Theory, methodology and relevance*. Bellagio, Italy.
- ME (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC.
- Nathan, M. & Knuth, E. (2003). A study of whole classroom mathematical discourse and teacher change. *Cognition and Instruction*, 21(2). 175–207.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Oliveira, H. (1998). As vivências de duas professoras com as actividades de investigação. *Quadrante*, 7(2), 71–98.
- Oliveira, H., Menezes, L., & Canavarro, A. P. (2012). The use of classroom videos as a context for research on teachers' practice and teacher education. In *Pre-Proceedings of 12<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education* (pp. 4280–4289). Seoul, Korea.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. Em A. Gutierrez, & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461–494). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2004). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Quadrante*, 13(2), 51–74.
- Ponte, J. P., Quaresma, M., & Branco, N. (2012). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Avances en Investigación en Educación Matemática*, 1, 65–86.

- Ruthven, K., Hofmann, R., & Mercer, N. (2011). A dialogic approach to plenary problem synthesis. In B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the 35<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 4, pp. 81–88). Ankara, Turkey: PME.
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, 268–275.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 458–477.

**Resumo.** Este estudo tem como objetivo compreender a prática de ensino exploratório da Matemática, procurando estabelecer um quadro de referência que identifique e relacione as intenções e ações do professor nas suas práticas letivas deste tipo de ensino exploratório. Para tal, baseamo-nos na literatura do domínio e na análise de práticas de professores de diferentes níveis de ensino, focando-nos neste artigo na análise da prática de ensino de uma professora experiente numa aula do 3.º ciclo. A recolha de dados foi realizada através da observação de aulas, com registo vídeo, análise documental e entrevistas à professora, antes e após a aula. Na prática da professora identifica-se um vasto repertório de ações e intenções que se enquadram na perspectiva de ensino exploratório que temos vindo a caracterizar, mas sobressaem também diversas singularidades que devem ser entendidas no contexto em que essa prática ocorre. Verifica-se uma forte intencionalidade da professora em apoiar os alunos no estabelecimento de conexões com aprendizagens anteriores e reforçar processos matemáticos transversais, o que baliza as suas ações, em cada fase da aula. A partir deste estudo discutem-se as potencialidades que um quadro sobre o ensino exploratório apresenta para a investigação sobre este tipo de prática e a formação de professores de matemática.

*Palavras-chave:* Ensino exploratório; Matemática; prática do professor; ações; intenções; 3.º ciclo do ensino básico

**Abstract.** This study aims to understand the practice of inquiry-based teaching in Mathematics, with the overall goal of establishing a framework to identify and relate the intentions and actions of the teachers concerning their classroom practices. Based on the literature about this domain and the analysis of teachers' practices from different school levels, this paper focus on the practice of an expert mathematics teacher in one middle school lesson (3<sup>rd</sup> cycle). Data collection included classroom observation, video recording, documental analysis, and two interviews that were conducted with the teacher, before and after the lesson. In the teacher's practice we identify a wide repertoire of actions and intentions that fall under the perspective of inquiry-based teaching that we have come to characterize, but also stand out different several singularities that must be understood in the context in which that practice occurs. Data analysis suggest the teacher's strong intentionality to support students in establishing connections with their previous learning and reinforcing transversal mathematical processes, which guide her actions at each step of the class. These results allow us to discuss about the added value a theoretical framework about inquiry-based teaching has for the research on this kind of practice and for teacher education.

*Keywords:* Inquiry-based teaching; mathematics; teacher's practice; actions; intentions; 3<sup>rd</sup> cycle of basic education

■ ■ ■

HÉLIA OLIVEIRA

Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

hmoliveira@ie.ul.pt

LUÍS MENEZES

Escola Superior de Educação de Viseu e CI&DETS

menezes@esev.ipv.pt

ANA PAULA CANAVARRO

Universidade de Évora

Unidade de Investigação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

apc@uevora.pt

